



## KARTA OPISU PRZEDMIOTU - SYLABUS

Nazwa przedmiotu

Układy dynamiczne [S2MwT1>PO1-UD]

### Przedmiot

Kierunek studiów

Matematyka w technice

Rok/Semestr

1/2

Studia w zakresie (specjalność)

Modelowanie w technice

Profil studiów

ogólnoakademicki

Poziom studiów

drugiego stopnia

Język oferowanego przedmiotu

polski

Forma studiów

stacjonarne

Wymagalność

obieralny

### Liczba godzin

Wykład

30

Laboratorium

0

Inne (np. online)

0

Ćwiczenia

15

Projekty/seminaria

0

### Liczba punktów ECTS

3,00

### Koordynatorzy

dr Jarosław Mikołajski

jaroslaw.mikolajski@put.poznan.pl

### Wykładowcy

### Wymagania wstępne

Student rozpoczynający ten przedmiot powinien mieć wiedzę z teorii równań różniczkowych zwyczajnych i rekurencyjnych oraz teorii pola w zakresie omawianym na studiach I stopnia.

### Cel przedmiotu

Przekazanie studentom wiedzy w zakresie teorii i zastosowań układów dynamicznych ciągłych oraz dyskretnych, a także wyrobienie umiejętności jej stosowania w innych dziedzinach matematyki, fizyki i inżynierii.

### Przedmiotowe efekty uczenia się

Wiedza:

1. Ma rozszerzoną i pogłębioną wiedzę z teorii równań różniczkowych i rekurencyjnych, w tym dotyczącą twierdzeń i dowodów, oraz zaawansowaną wiedzę szczegółową o zastosowaniu tych równań do opisu układów dynamicznych w naukach inżynierijno-technicznych.
2. Ma poszerzoną i pogłębioną wiedzę dotyczącą modelowania matematycznego za pomocą równań różniczkowych i rekurencyjnych w naukach inżynierijno-technicznych, powiązań między tymi równaniami oraz weryfikacji stawianych hipotez.

3. Ma zaawansowaną wiedzę ogólną dotyczącą terminologii z zakresu układów dynamicznych i wybranych zagadnień z dziedziny nauk inżynierijno-technicznych związanych z kierunkiem studiów, również w języku angielskim.
4. Zna i rozumie wpływ matematyki na postęp nauki.

#### Umiejętności:

1. Potrafi posługiwać się szczegółową wiedzą z zakresu równań różniczkowych i rekurencyjnych oraz układów dynamicznych.
2. Potrafi konstruować i analizować złożone modele matematyczne, w szczególności formułować i uzasadniać ich własności stosując odpowiednie formy rozumowań matematycznych.
3. Potrafi wykorzystywać techniki, narzędzia i metody matematyczne do rozwiązywania zaawansowanych zadań inżynierskich lub prostych problemów badawczych.
4. Potrafi formułować i testować hipotezy związane z zadaniami inżynierskimi lub prostymi problemami badawczymi, integrować wiedzę z dziedziny nauk ścisłych i inżynierijno-technicznych, przeprowadzić szczegółowe badania stosując metody analityczne, symulacyjne lub doświadczalne, zinterpretować otrzymane wyniki oraz wyciągnąć wnioski
5. Potrafi dobrać odpowiednie źródła wiedzy i pozyskać z nich niezbędne informacje, dokonać krytycznej analizy i oceny rozwiązań złożonych i nietypowych zadań inżynierskich lub prostych problemów badawczych oraz zaproponować ich ulepszenie.

#### Kompetencje społeczne:

1. Jest świadomy możliwości popełniania błędów przez siebie i innych, wykazuje rozważny krytycyzm wobec odbieranych treści oraz otrzymywanych wyników.
2. Jest świadomy roli i znaczenia wiedzy w rozwiązywaniu problemów o charakterze poznawczym oraz praktycznym, typowych dla zawodów i miejsc pracy właściwych dla absolwentów studiowanego kierunku; ma świadomość konieczności pogłębiania i poszerzania wiedzy.
3. Jest gotów do myślenia i działania w sposób kreatywny i przedsiębiorczy, uwzględniając bezpieczeństwo, ergonomię pracy i jej ekonomiczne aspekty; wykazuje gotowość do wypełniania społecznych zobowiązań wynikających z charakteru pracy typowej dla absolwentów studiowanego kierunku.

### Metody weryfikacji efektów uczenia się i kryteria oceny

Efekty uczenia się przedstawione wyżej weryfikowane są w następujący sposób:

Wiedza nabyta w ramach wykładu jest weryfikowana przez aktywność podczas wykładu i ćwiczeń, ściśle związanych z wykładem. Ostateczna weryfikacja następuje na zaliczeniu wykładu podczas ostatnich zajęć. Zagadnienia zaliczeniowe, na podstawie których opracowywanych jest 10 punktowanych pytań egzaminacyjnych po 3 punkty za pytanie, są podane na wykładzie. Dodatkowo za aktywność na wykładach można zdobyć do 4 punktów. Próg zaliczeniowy: 50% (17 punktów).

Umiejętności nabyte w ramach ćwiczeń weryfikowane są podstawie dwóch kolokwium 45-minutowych realizowanych na 4. i 7. ćwiczeniach. Każde z nich składa się z 3 zadań różnie punktowanych. Za każde kolokwium można uzyskać do 15 punktów, za aktywność na ćwiczeniach - do 4 punktów. Próg zaliczeniowy: 50% (17 punktów).

### Treści programowe

Równania różniczkowe autonomiczne i ich układy,  
punkty osobliwe i trajektorie,  
pole fazowe,  
obrót pola wektorowego,  
autonomiczne równania rekurencyjne.

### Tematyka zajęć

Wykład:

1. Układy dynamiczne i ich przedstawienie równaniami różniczkowymi zwyczajnymi lub rekurencyjnymi.
2. Równania różniczkowe autonomiczne pierwszego rzędu i ich osobliwości.
3. Klasyfikacja punktów krytycznych pod kątem stabilności.
4. Równania różniczkowe autonomiczne wyższych rzędów.
5. Wykorzystanie wzorów Cardano do rozwiązywania liniowych równań autonomicznych trzeciego i

czwartego rzędu.

6. Autonomiczne układy liniowe jednorodne dwóch równań różniczkowych – postać rozwiązań i trajektorie.

7. Klasyfikacja punktów osobliwych: węzeł zwykły stabilny lub niestabilny, siodło, ognisko stabilne lub niestabilne, punkt wirowy, węzeł zdegenerowany stabilny lub niestabilny, węzeł osobliwy stabilny lub niestabilny.

8. Autonomiczne układy liniowe niejednorodne oraz nieliniowe dwóch równań różniczkowych – punkty osobliwe nowego typu i separatrysy.

9. Analiza przykładowych fizycznych układów dynamicznych.

10. Pole fazowe i jego zastosowanie do badania rodzajów punktów osobliwych.

11. Zarys teorii obrotu płaskiego pola wektorowego – związek indeksu punktu osobliwego z trajektoriami.

12. Uogólnienie przedstawionej teorii na autonomiczne układy nieliniowe dowolnej liczby równań różniczkowych.

13. Przeniesienie teorii ciągłych układów autonomicznych na układy dyskretne (równania rekurencyjne).

14. Podobieństwa i różnice pomiędzy rozwiązaniami ciągłych i dyskretnych układów autonomicznych.

Ćwiczenia:

1. Rozwiązywanie autonomicznych równań różniczkowych pierwszego rzędu. Badanie jakościowe pod względem osobliwości i stabilności. Rysowanie linii całkowych.

2. Rozwiązywanie równań różniczkowych wyższych rzędów, także z wykorzystaniem wzorów Cardano.

3. Rozwiązywanie układów liniowych jednorodnych dwóch równań różniczkowych. Rysowanie trajektorii na podstawie rozwiązania.

4. Określanie punktów osobliwych układów równań. Rysowanie trajektorii na podstawie rodzaju punktu osobliwego.

5. Trajektorie układów równań liniowych niejednorodnych oraz nieliniowych.

6. Liczenie obrotu pola wektorowego wyznaczonego przez układ równań różniczkowych oraz indeksu punktu osobliwego.

7. Porównanie własności trajektorii układów równań różniczkowych z trajektoriami odpowiadających im układów równań rekurencyjnych.

## Metody dydaktyczne

1. Wykład: prezentacja multimedialna, ilustrowana przykładami podawanymi na tablicy. Stawianie problemów do dyskusji.

2. Ćwiczenia: wykonywanie zadań podanych przez prowadzącego, omówienie sposobów rozwiązania, przykłady rozwiązań podawane na tablicy, dyskusja nad rozwiązaniami.

## Literatura

Podstawowa

1. R. Gutowski, Równania różniczkowe zwyczajne, WNT, Warszawa 1971.

2. J. Muszyński, A. D. Myszkis, Równania różniczkowe zwyczajne, PWN, Warszawa 1984.

3. R. H. Martin, Elementary Differential Equations with Boundary Value Problems, McGraw-Hill Book Company, New York ... 1983.

4. D. Bobrowski, Systemy dynamiczne z czasem dyskretnym, Wyd. PP, Poznań 1994.

Uzupełniająca

1. W. J. Cunningham, Analiza układów nieliniowych, WNT, Warszawa 1962.

2. M. Medved', Fundamentals of Dynamical Systems and Bifurcation Theory, Adam Hilger, Bristol ... 1991.

## Bilans nakładu pracy przeciętnego studenta

	Godzin	ECTS
Łączny nakład pracy	90	3,00
Zajęcia wymagające bezpośredniego kontaktu z nauczycielem	45	1,50
Praca własna studenta (studia literaturowe, przygotowanie do zajęć laboratoryjnych/ćwiczeń, przygotowanie do kolokwium/egzaminu, wykonanie projektu)	45	1,50